

**Прилади і системи біомедичних технологій****Література**

1. Викторов В.А., Ю.В. Малков. Основы разработки аппаратуры для магнитотерапии и аппараты системы «Полус». - М.: Медицина, 1994. - №3. - С. 26-32.
2. Аппараты нового поколения для локальной магнитотерапии и локального теплечения. Метод. пособие – Рязань, РГМУ, 2004г. -37 с.
3. Соловьева Г.Р. Магнитотерапевтическая аппаратура. - М.: Медицина, 1991. - 176с.: ил.
4. А.с. 1589226 СРСР МПК G01 R 35/00. Способ воспроизведения импульсных магнитных полей / Терещенко Н.Ф., Кривасов А.К., Троицкий В.А., Кудрявцев С.И., Терещенко В.Ф. Заявка № 4401313/24-21. Заявл. 31.03.1988. Оpubл. 30.08.1990. Бюл.№32, 1990.
5. А.с. 1121634 СРСР МПК G01 R 33/00. Способ создания импульсного магнитного поля / Терещенко Н.Ф. Заявка № 3585622/24-21. Заявл. 27.04.1983. Оpubл. 30.10.1984. Бюл.№40, 1984.
6. Терещенко М.Ф., Пищик М.В., Терещенко М.М. Методи та пристрої створення магнітного поля магнітофізіотерапевтичних апаратів // Вісник КДПУ імені Михайла Остроградського.- Кременчук, 2008.- Випуск 6/2008(53).- Част.1. - С. 41-44.
7. А.с. 1228057 СРСР МПК G01 R 33/00. Способ создания образцового поля и устройство для его осуществления / Гончаренко Ю.Н., Рыжов Э.В., Терещенко Н.Ф. Заявка № 3606090/24-21. Заявл. 15.06.1983. Оpubл. 30.04.1986. Бюл.№16, 1986.
8. Патент України на корисну модель № 43733 UA МПК G01 R 35/00. Спосіб відтворення змінного магнітного поля /Терещенко М.Ф., Гриценко В.В. Заявка № 200903739. Заявл. 16.04.2009. Оpubл. 25.08.2009. Бюл.№16, 2009.
9. Патент України на корисну модель № 42588 UA МПК G01 R 33/02. Магніто-терапевтичний апарат змінного магнітного поюля / Терещенко М.Ф., Пищик М.В, Терещенко М.М.. Заявка № 200901604. Заявл. 24.02.2009. Оpubл. 10.07.2009. Бюл.№13, 2009.

<p>Терещенко Н.Ф., Гриценко В.В. <b>Физиотерапевтическая аппаратура импульсных магнитных полей</b> Проведено исследование существующих и перспективных принципов построения современных АИМФТА, предложены перспективные методы коррекции формы поля и расширения их динамического диапазона. Обоснованы рекомендации по его расширению и внедрению в производство и медицинскую практику.</p>	<p>Tereschenko N.F., Gricenko V.V. <b>Physiotherapy apparatus of the impulsive magnetic fields</b> Research of existent and perspective principles of construction of modern AImfta is conducted, the perspective methods of correction form of the field and expansion of their dynamic range are offered. Recommendations are grounded on his expansion and applying in industry and medical practice.</p>
--	--

*Надійшла до редакції  
22 березня 2009 року*

УДК 617.55-089-78

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛОКАЛЬНО-ОДНОРІДНИХ ВИПАДКОВИХ ПОЛІВ ВИПРОМІНЮВАННЯ БІОТКАНИН

*Денисов М.О., Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”, м. Київ, Україна*

*В роботі розглянуто математичне моделювання складної структури біотканини в полі зору оптичної системи як локально-однорідного випадкового поля променистості. Наведені математичні вирази для визначення статистичних характеристики полів променистості,*

*що дотикаються або перекриваються*

### **Вступ**

Одним з пріоритетних напрямків розвитку сучасної медицини є впровадження в клінічну практику мінімально інвазивних технологій. Суттєве місце серед систем мінімально інвазивної клінічної медицини (МІКМ) мають діагностичні та моніторингові незображуючі волоконно-оптичні системи (НВОС), в яких об'єктом дослідження виступає біотканина (БТ), а інформаційним сигналом - оптичне випромінювання, трансформоване при проходженні через досліджувану біотканину.

### **Постановка задачі**

При розробці діагностичних та моніторингових систем мінімально інвазивної клінічної медицини важливе значення набуває математичне моделювання інформаційного сигналу від складної структури біотканини, що потрапляє до поля зору інформаційного каналу незображуючих волоконно-оптичних систем.

### **Моделльне представлення складної структури біотканини**

Переважає більшість полів випромінювання біологічних тканин для цілей діагностики та моніторингу може бути представлена у вигляді двовірних локально-однорідних випадкових полів «імпульсного» типу. Вони характеризуються наявністю в певній області  $\Omega$ , що співпадає з полем зору інформаційного каналу НВОС, випадкового числа зон  $\Omega_i$  різної площі  $S(\Omega_i)$ , котрі відповідають різноманітним морфологічним структурам живої біотканини та можуть бути представленими однорідними полями променистості, що для кожної із зон  $\Omega_i$ , повністю характеризуються параметрами  $\mu_i$ ,  $m_{Si}$  та  $I_i$ , де  $\mu_i$  - параметр пуассонівського процесу що дорівнює середній кількості «імпульсів» в одиничній площі,  $m_{Si}$  - середня площа «імпульсів»,  $I_i$  - інтенсивність випадкового поля променистості [1].

Можливі два різновиди взаємного зв'язку однорідних полів променистості, що складають результуюче локально-однорідне поле променистості, а саме:

- поля променистості, що перекриваються;
- поля променистості, що дотикаються.

Перші залежно від розташування по відношенню до інформаційного каналу НВОС характеризуються наявністю глибинного та поверхневого однорідних полів променистості. Другі характеризуються наявністю у полі зору інформаційного каналу НВОС спільної границі, що розділяє різні зони  $\Omega_i$ .

При цьому фізичні процеси формування променистості окремих зон, що складають результуюче поле, можуть бути різними завдяки відбитому чи розсіяному біотканиною випромінювання зовнішніх джерел випромінювання або внаслідок власного чи вторинного випромінювання біотканин.

### Статистичні характеристики локально-однорідних полів променистості біотканин

Для полів випромінювання, що перекриваються, результуюче поле променистості  $L_p$  у довільній точці «А», яке формується накладанням поверхневого поля променистості  $L_2$  на глибинне поле променистості  $L_1$ , може бути описане наступними статистичними характеристиками (математичне очікування, кореляційна та нормована кореляційна функції):

$$m_{L_p}(A) = m_{L_1}(A) + m_{L_2}(A) = \mu_1 \cdot m_{S1} \cdot I_1 + \mu_2 \cdot m_{S2} \cdot I_2, \quad (1)$$

$$R_{L_p}(l) = R_{L_1}(l) + R_{L_2}(l) = \mu_1 \cdot \tilde{m}_1(l) \cdot I_1^2 + \mu_2 \cdot \tilde{m}_2(l) \cdot I_2^2, \quad (2)$$

$$r_{L_p}(l) = \frac{\mu_1 \cdot \tilde{m}_1(l) \cdot I_1^2 + \mu_2 \cdot \tilde{m}_2(l) \cdot I_2^2}{\mu_1 \cdot m_1 \cdot I_1 + \mu_2 \cdot m_2 \cdot I_2}, \quad (3)$$

де  $I_1 = \tau_{12} \cdot \int_0^\infty L_1 \cdot p(L_1) \cdot dL_1$  - інтенсивність глибинного поля променистості  $L_1$ ,

що приведена до відстані поверхневого поля променистості з урахуванням ослаблення  $\tau_{12}$ ;  $\tilde{m}_1(l)$  та  $\tilde{m}_2(l)$  - площі перетину «імпульсів» відповідно глибинного та поверхневого полів променистості, центри яких відстоять на інтервал кореляції  $l$ , визначаються згідно [2]:

$$\tilde{m}_i(l) = m_{Si} \frac{2}{\pi} \left[ \arccos \frac{l\sqrt{\pi}}{2\sqrt{m_{Si}}} - \frac{l\sqrt{\pi}}{2\sqrt{m_{Si}}} \sqrt{1 - \frac{\pi \cdot l^2}{4m_{Si}}} \right]. \quad (4)$$

Для полів випромінювання, що дотикаються математичне очікування променистості результуючого локально-однорідного поля в довільній точці «А» визначається з урахуванням наявності границі розділу двох однорідних полів променистості, що його складають:

$$m_{L_p}(A) = m_{L_1}(A) + m_{L_2}(A) = \mu_1 \cdot \bar{m}_1(l_A) \cdot I_1 + \mu_2 \cdot \bar{m}_2(l_A) \cdot I_2, \quad (5)$$

де  $\bar{m}_1(l_A)$  та  $\bar{m}_2(l_A)$  - площі фігур, що у відповідності до властивості «дзеркальної симетрії» [1] являють собою геометричне місце центрів «імпульсів» першого та другого однорідних полів променистості, відповідно, що перекрили точку «А» поля, яка відстоїть на відстані  $l_A$  від границі їх розділення.

Для випадку прямолінійної у межах поля зору приймальної оптичної системи границі розділу справедливими є вирази:

$$\bar{m}_1(l_A) = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \left\{ \frac{2}{\pi} \cdot \left[ \arccos \left( \frac{l_A \cdot \sqrt{\pi}}{\sqrt{m_1}} \right) - \frac{l_A \cdot \sqrt{\pi}}{\sqrt{m_1}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\pi \cdot l_A^2}{m_1}} \right] \right\}, \quad (6)$$

$$\bar{m}_2(l_A) = m_2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \left\{ \frac{2}{\pi} \cdot \left[ \arccos \left( \frac{l_A \cdot \sqrt{\pi}}{\sqrt{m_1}} \right) - \frac{l_A \cdot \sqrt{\pi}}{\sqrt{m_1}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\pi \cdot l_A^2}{m_1}} \right] \right\}, \quad (7)$$

де  $r_i = \sqrt{\frac{m_i}{\pi}}$  - радіуси «імпульсів» однорідних полів променистості, що складають результуюче локально-однорідне поле променистості.

Характер перехідного процесу, що має місце в області взаємної кореляції  $(-r_{\max} \leq x \leq r_{\max})$  залежить від параметрів кожного з полів, що взаємодіють, а саме:  $\mu_i, m_i, p(L_i)$ , але в першу чергу від радіусів «імпульсів»  $r_i$ .

Для статистичного опису області взаємної кореляції однорідних полів променистості, що дотикаються, необхідним є введення додаткових параметрів:  $l_1$  та  $l_2$  - інтервалів кореляції першого та другого полів променистості, відповідно, які відраховуються від границі їх розділу;  $\delta$  - зміщення границі розділу однорідних полів променистості, що дотикаються, від її центрального (нульового) положення (рис. 1).

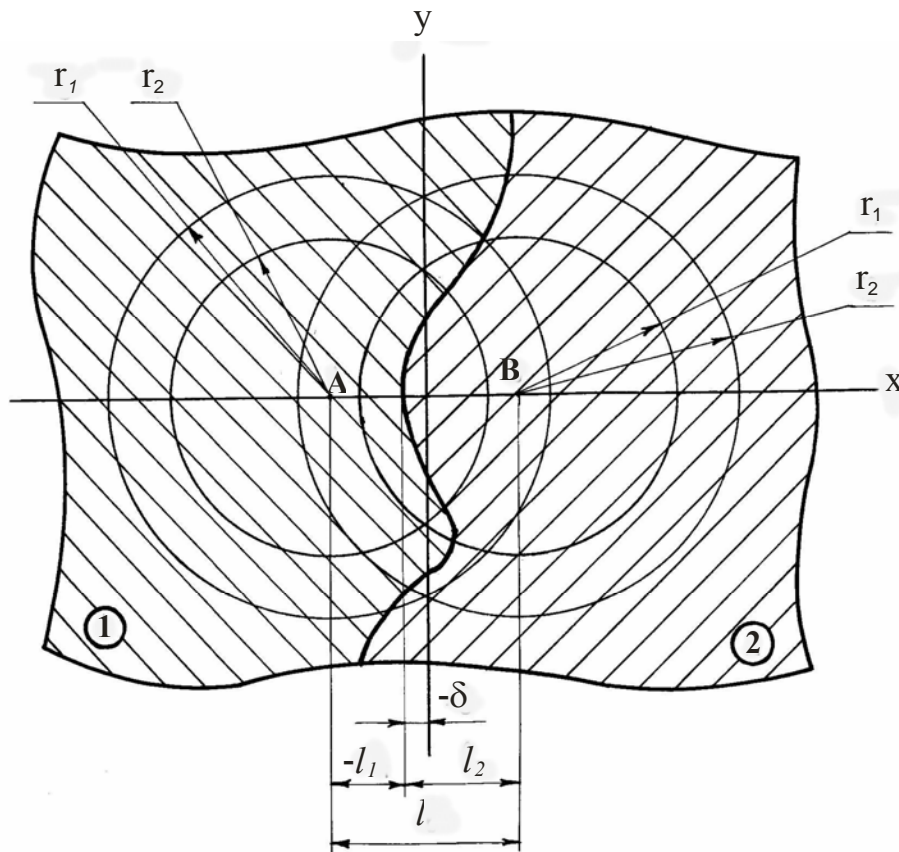


Рис. 1. Двомірні поля променистості імпульсного типу, що дотикаються

При цьому за позитивне направлення приймається направлення осі «х» від першого однорідного поля променистості до другого. З урахуванням заявлених припущень справедливими є вирази:

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= -\frac{l}{2} - \delta, & -l \leq l_1 \leq 0 \\ l_2 &= \frac{l}{2} - \delta, & 0 \leq l_2 \leq l \\ \delta &= -\frac{(l_1 + l_2)}{2}, & 0 \leq \delta \leq \left| \frac{l}{2} \right| \end{aligned} \right\}.$$

Згідно визначенню взаємної кореляційної функції та прийнятої моделі формування однорідних полів променистості:

$$R_{L_1 L_2}(l, \delta) = R_{L_1 L_2}(l_1, l_2) = I_1^2 \cdot \mu_1 \cdot \bar{m}_1(l, \delta) + I_2^2 \cdot \mu_2 \cdot \bar{m}_2(l, \delta), \quad (9)$$

де  $\bar{m}_i(l, \delta)$  - площа фігури, що являє собою геометричне місце центрів «імпульсів»  $i$ -го типу, що одночасно накрили точки «А» та «В» однорідних полів променистості різного типу, які відстоять одна від одної на інтервал кореляції  $l$ .

При цьому нормована кореляційна функція однорідних полів променистості, що дотикаються, визначається як:

$$r_{L_1 L_2}(l, \delta) = \frac{I_1^2 \cdot \mu_1 \cdot \bar{m}_1(l, \delta) + I_2^2 \cdot \mu_2 \cdot \bar{m}_2(l, \delta)}{\sqrt{[I_1^2 \cdot \mu_1 \cdot \bar{m}_1(l_1) + I_2^2 \cdot \mu_2 \cdot \bar{m}_2(l_1)] \cdot [I_1^2 \cdot \mu_1 \cdot \bar{m}_1(l_2) + I_2^2 \cdot \mu_2 \cdot \bar{m}_2(l_2)]}}, \quad (10)$$

де  $\bar{m}_i(l_j)$  - площа фігури, що є геометричним місцем центрів «імпульсів»  $i$ -го типу, що накрили довільну точку  $i$ -го однорідного поля променистості, що відстоїть на відстані  $l_j$  від границі розділення полів, що дотикаються; а  $\bar{m}_i(l_j) = m_i - \bar{m}_i(l_j)$ .

Для прямолінійної в межах кутового поля зору приймальної оптичної системи границі розділення однорідних полів променистості вірними є наступні співвідношення для визначення  $\bar{m}_i(l, \delta)$  залежно від зміщення границі розділення полів від її центрального (нульового) положення:

	$\delta = 0$	$\delta > 0$	$\delta < 0$
$\bar{m}_1(l, \delta)$	$\frac{\bar{m}_1(l)}{2}$	$\bar{m}_1(l) - \bar{m}_1(l_1)$	$\bar{m}_1(l_2)$
$\bar{m}_2(l, \delta)$	$\frac{\bar{m}_2(l)}{2}$	$\bar{m}_2(l_1)$	$\bar{m}_2(l) - \bar{m}_2(l_2)$

Тут  $\bar{m}_i(l)$  визначається за формулою (4), а  $\bar{m}_i(l_j)$  – за формулами (6) та (7) з урахуванням простих співвідношень:

$$\overline{m}_i(l_j) = \begin{cases} \overline{m}_i(l_A), & i \neq j \\ m_i - \overline{m}_i(l_A), & i = j \end{cases} \quad (11)$$

Легко бачити з (10), що нормована взаємно кореляційна функція є невід'ємною тривимірною функцією змінних  $l$  та  $\delta$ , або  $l_1$  та  $l_2$ .

Як приклад розглянемо нормовану взаємно кореляційну функцію двох випадкових полів променистості, що дотикаються, з наступними вихідними параметрами:  $\mu_1 = \mu_2$ ,  $I_1 = I_2$  та  $m_1 = 0.5 \cdot m_2$  при умові наявності між ними прямолінійної границі розділення (рис. 2а). Перетин просторової фігури, що являє собою нормовану взаємно кореляційну функцію, довільною площиною, що проходить через вертикальну ось, являє собою графік цієї функції при фіксованому значенні зміщення  $\delta$ , причому

$$\delta = -0.5l_1 \left( 1 + \frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \right) = -0.5l_2 (1 + \operatorname{tg}\varphi) = 0.5l \frac{\operatorname{tg}\varphi + 1}{\operatorname{tg}\varphi - 1}, \quad (12)$$

де  $\operatorname{tg}\varphi = \frac{l_1}{l_2} \leq 0$  – кут між фронтальною площиною ( $l_1 = 0$ ) та довільною площиною, що проходить через вертикальну ось.

Перетин цієї ж фігури довільними горизонтальними площинами дає графік ізоліній (рис. 2б), а перетин довільними циліндричними поверхнями співосними до вертикальної осі  $r_{l_1 l_2}(l, \delta)$ , при довільних значеннях радіусів зазначених поверхонь, що визначають граничний інтервал кореляції  $0 \leq l \leq 2 \cdot r_{\max}$  полів променистості, що дотикаються, являє собою графік еквідистант (рис. 2в). Заштрихована ділянка на графіку ізоліній відповідає зоні відсутності взаємної кореляції для будь-яких значень зміщення  $\delta$ .

Немає проблеми побудувати аналогічні графіки нормованої взаємної кореляційної функції для інших значень вихідних даних параметрів однорідних полів променистості, що дотикаються  $\mu_i$ ,  $m_i$  та  $I_i$ . На рис. 3 наведені значення функції  $r_{l_1 l_2}(l, \delta)$  в перетині її площиною  $\delta = 0$  для деяких значень коефіцієнтів  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , де:

$$\alpha = \frac{r_i}{r_{i+1}}, \quad \beta = \frac{\mu_i}{\mu_{i+1}}, \quad \gamma = \frac{I_i}{I_{i+1}}. \quad (13)$$

### **Висновки**

Зміна вихідних параметрів випадкових однорідних полів променистості, що дотикаються або перекриваються, надає можливість опису різних станів результуючого поля променистості біотканини, а саме:

а) при  $\mu_1 = \mu_2$ ,  $I_1 = I_2$  та  $m_1 = m_2$  має місце ізотропне, однорідне, стаціонар-

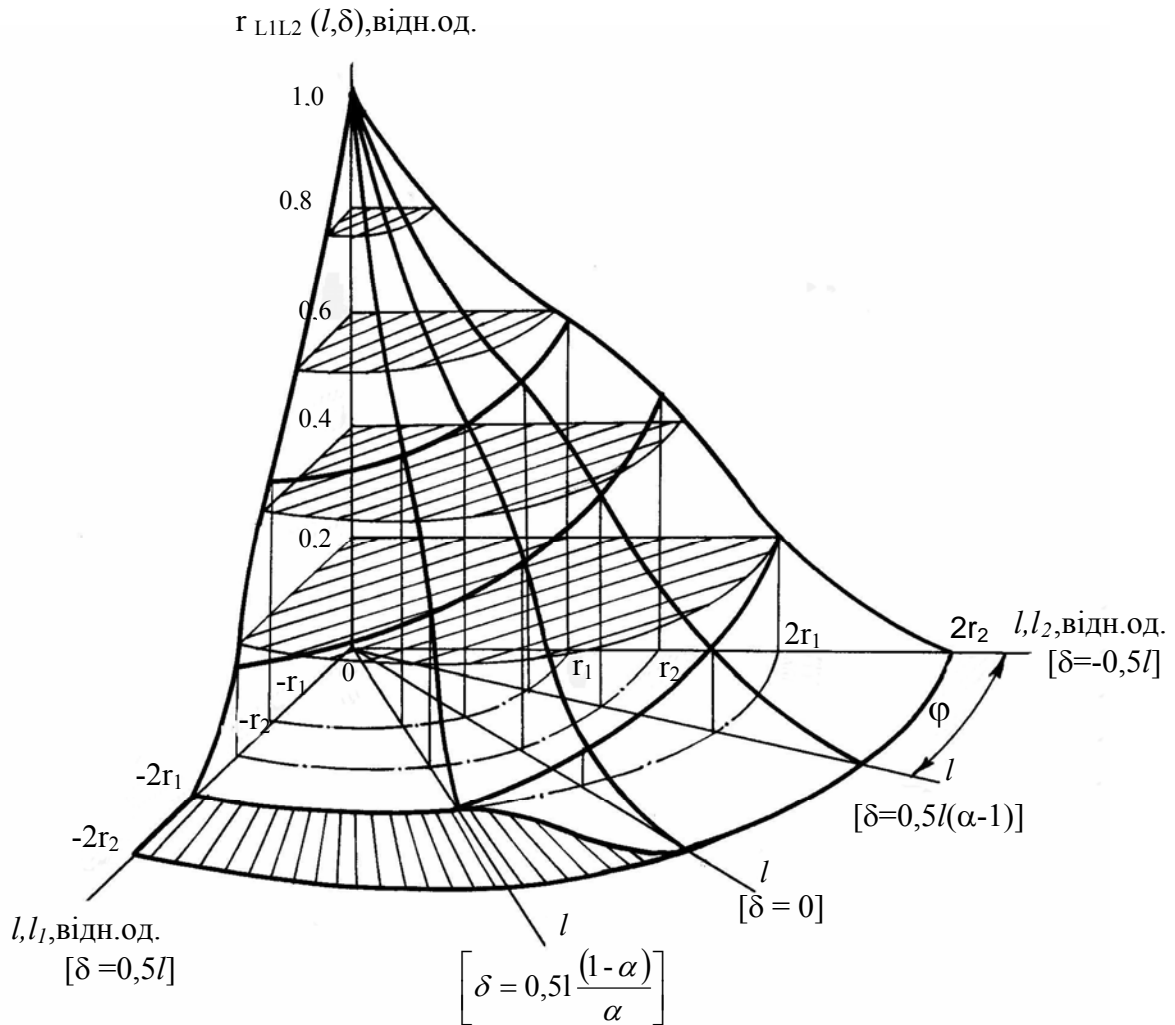


Рис. 2,а. Нормована взаємно кореляційна функція  $r_{L1L2}(l, \delta)$  однорідних випадкових полів променистості, що дотикаються ( $\mu_1 = \mu_2$ ,  $I_1 = I_2$ ,  $m_1 = 0,5m_2$ )

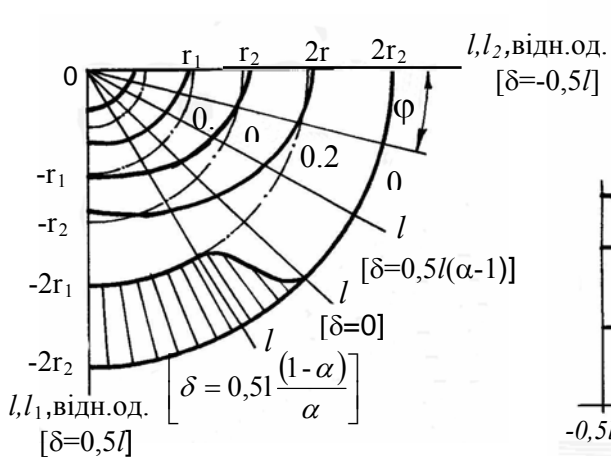


Рис. 2,б. Графік ізоліній функції  $r_{L1L2}(l, \delta)$

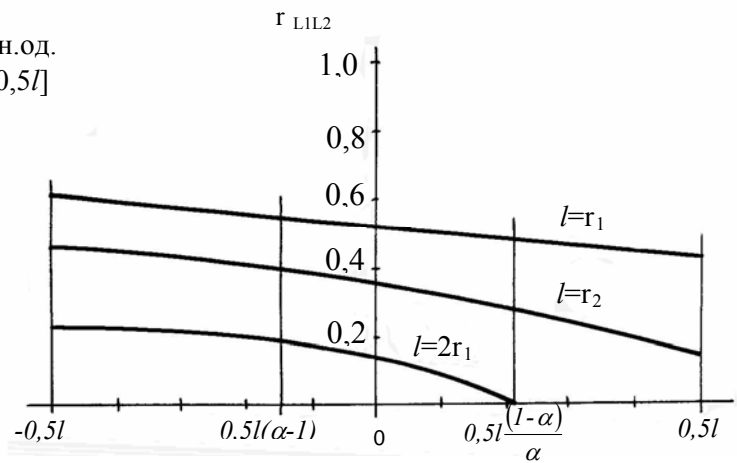


Рис. 2,в. Графік еквідистант функції  $r_{L1L2}(l, \delta)$

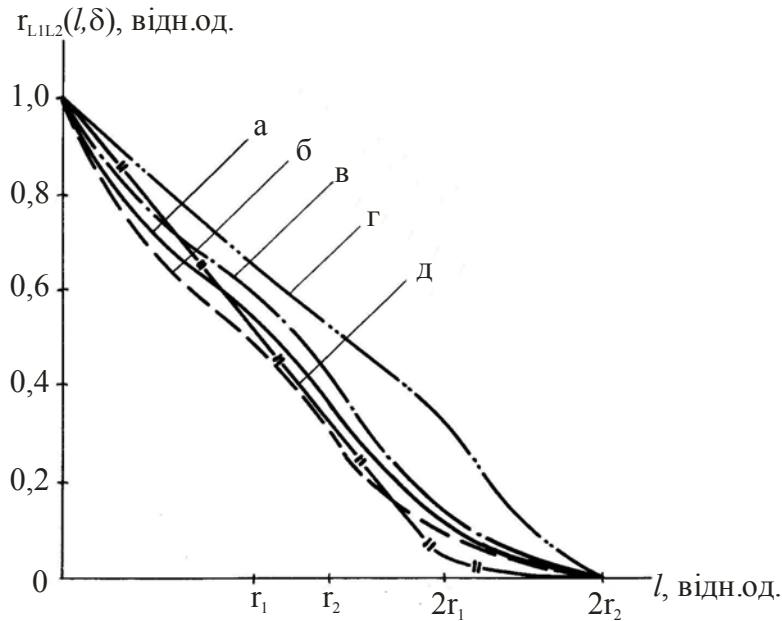


Рис. 3. Нормована функція взаємної кореляції однорідних випадкових полів променистості, що дотикаються, за умови пряmolінійності границі їх розділу:

- а –  $\alpha^2 = 0.5$ ,  $\beta\gamma^2 = 1$ ;
- б –  $\alpha^2 = 0.5$ ,  $\beta\gamma^2 = 2$ ;
- в –  $\alpha^2 = 0.5$ ,  $\beta\gamma^2 = 0.5$ ;
- г –  $\alpha^2 = 0.5$ ,  $\beta\gamma^2 \rightarrow 0$ ;
- д –  $\alpha^2 = 0.5$ ,  $\beta\gamma^2 \rightarrow \infty$

не поле променистості, при цьому формули (1)-(3) та (5), (9), (10) трансформуються в (1), (3) та (4) [3];

б) при  $\mu_1 \neq \mu_2$ ,  $I_1 = I_2$  та  $m_1 = m_2$  має місце просторова анізотропія однородного стаціонарного поля променистості;

в) при  $\mu_1 \neq \mu_2$ ,  $I_1 \neq I_2$  та  $m_1 \neq m_2$  має місце просторова неоднорідність поля променистості;

г) часова нестаціонарність поля променистості в кутовому полі приймальної оптичної системи при проведенні тривалих діагностичних процедур характеризується або змінням вихідних параметрів однородного поля променистості в часі:  $m_i = m_i(t)$ ,  $\mu_i = \mu_i(t)$ ,  $I_i = I_i(t)$  при незміненому положенні оптичної осі приймальної оптичної системи, або змінням морфологічної структури неоднородного поля променистості при змінненні положення оптичної осі;

д) залежність статистичних характеристик випадкових полів променистості від фізичної природи їх формування (відбите або розсіяне поверхнею чи глибинними шарами біотканини випромінювання, власне або вторинне індукване випромінювання біотканин) розглянута нами раніше [3].



### Література

1. Абакшин Ю.Е., Коваленко Л.Г., Филимонов Р.П. Описание пространственного импульсного поля помех вероятностной моделью составного процесса // Автометрия. – 1975. - №6. – С.3-8.
2. О'Нейл Э. Введение в статистическую оптику / Пер. с англ. – М.: Мир, 1966. – 254 с.
3. Денисов М.О. Модельне представлення структури біотканини для діагностики та моніторингу // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. - 2009. - № 37. – С. 147-151.

<p><b>Денисов Н.А. Математическое моделирование локально-однородных случайных полей лучистости биотканей</b></p> <p>Для целей математического моделирования сложную структуру исследуемых оптическими методами биотканей предложено представлять локально-однородным случайным полем лучистости. С этой целью вводятся понятия перекрывающихся и соприкасающихся случайных полей лучистости. Приведены математические выражения для определения статистических характеристик рельефирующих полей лучистости биотканей.</p>	<p><b>Denysov M.O. Mathematical modeling of tissue locally homogeneous random fields of radiance</b></p> <p>The locally homogeneous random fields of radiance have been proposed for complex structure modeling of the tissue analyzing with optical methods. The concepts of random overlapped and touched radiance fields are proposed. The mathematical expressions for statistical features of resulting field of the tissue radiance are presented.</p>
--	--

*Надійшла до редакції  
14 травня 2009 року*

УДК 681.784

## ЕКСПЛУАТАЦІЙНІ ПОХИБКИ АБЕРАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ ОПТИЧНОЇ СИСТЕМИ ОКА

*Шиша Т.О., Чиж І.Г., Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна*

*Досліджено похибки абераційної моделі ока, які виникають внаслідок природних коливань температури та атмосферного тиску. Встановлено, що у дволінзовій абераційній моделі в діапазоні температур 10 °С...30 °С при перепадах атмосферного тиску в межах 720...770 мм.рт.ст. вказані похибки є набагато меншими за допустимі*

### Вступ

У попередніх роботах авторів було запропоновано дволінзову абераційну модель (абера́тор) оптичної системи ока [1 - 3]. Показано її переваги перед іншими моделями. Встановлено модальний склад хвильової аберації та діапазони амплітуд абераційних мод, які відтворює ця модель. Доведено їх адекватність відповідним абераційним модам ока людини. Досліджено технологічні похибки моделі і підтверджено технологічну можливість виготовлення моделі з номінальними функціональними параметрами в межах допустимих похибок. Проте не вирішеним залишається питання про додаткові похибки